ANÁLISIS FACTORIAL Y ECONOMÍA: UN MODELO MACROECONÓMICO PARA MÉXICO

Jesús Antonio García Hernández

García-Hernández J.A. Análisi factorial y economía. Un modelo macroeconómico para México. Hitos de Ciencias Económico Administrativas 2005;29:23-31.

RESUMEN

Objetivo: Condensar la información contenida en 35 indicadores de la actividad económica de México, para determinar un nuevo conjunto de indicadores resumidos de la misma, que permitan predecir las posibles dificultades del escenario económico en cada momento, así como de su evolución futura.

Material y Métodos: Se aplican las técnicas del Análisis Factorial y del Análisis de Componentes Principales a series de 35 indicadores de variables económicas mexicanas, correspondientes a los años 2002 y 2003.

Resultados: Se logró condensar la información de los 35 indicadores anteriormente mencionados en 3 factores: Bienestar y Salud, Migración y Diversión y Macroeconómicos.

Conclusiones: Los 3 factores reducidos determinados en el estudio simplificarían notablemente posteriores análisis del escenario económico mexicano, así como la realización de predicciones acerca del comportamiento del mismo.

García-Hernández J.A. Factorial analysis and economy: A macroeconomic model for México . Hitos de Ciencias Económico Administrativas 2005;29:23-31.

ABSTRACT

Objective: To condense all data contained in the 35 indicators of Mexico's economic activity, to determine a new indicators set , to predict everyday difficulties in the economic scenario as well its future evolution.

Material and methods: Factorial and Main Components analyses techniques were applied to series of 35 Mexican economic variables indicators corresponding to 2002 and 2003 years.

Results: Data of the 35 indicators mentioned before were condensed in three factors: Welfare and health, Migration and Diversion, and Macroeconomic

Conclusions: The three condensed factors determined in this study will remarkably simplify future analyses of the Mexican economic scenario as well as predictions of its behavior.

Palabras Claves: Indicadores económicos. Análisis Factorial. Análisis de Componentes Principales.

Key words: Economic indicators, Factorial Analysis, Main Components Analysis.

DIRECCION PARA RECIBIR CORRESPONDENCIA: Universidad Popular de la Chontalpa. Unidad Institucional de Planeación. Villahermosa, Tabasco. Tel. (993) 37 26527. Correo electrónico: jagh81@hotmail.com

De acuerdo a Lévy (2003), el análisis en componentes principales es un método de carácter descriptivo, cuyo objetivo es descubrir la estructura subyacente en un conjunto de datos estudiados bajo una serie de variables cuantitativas. Permite transformar un conjunto de variables originales en otro conjunto de variables denominado "conjunto de componentes principales". Éstas son combinación lineal de las variables originales y se caracterizan por estar correlacionadas entre sí.

Por otra parte, Hair(1999) y Lévy(*op cit*), definen el análisis factorial como un método estadístico multivariado cuyo propósito principal es condensar la información contenida en un conjunto de variables originales en un conjunto más pequeño de variables o factores, capaces

* Licenciado en Matemáticas. Candidato a Maestro en Economía. Profesor-investigador Universidad Popular de la Chontalpa.

***Fecha de recibido:** 6 de septiembre de 2004. **Fecha de aceptación:** 15 de noviembre de 2004.*

de explicar la variabilidad común encontrada, con una pérdida mínima de información. Se trata, en suma, de encontrar las variables fundamentales que intervienen en la explicación de ciertos fenómenos.

De lo anterior, se sigue que el análisis en componentes principales se introduce, con otros posibles métodos, en una de las etapas del análisis factorial: la de la obtención de los factores comunes.

MATERIALES Y MÉTODOS

El proceso de cálculo se basa en la obtención de los eigenvalores y eigenvectores asociados a una matriz de varianza – covarianza Σ (o R, en caso de variables estandarizadas). La obtención del modelo consta de los siguientes pasos:

1. Obtención de la primera componente.

Sea X' = $[X_1, X_2, X_3, \ldots, X_p]$ un vector aleatorio de p variables cada una con n observaciones, mismas que pueden estar expresadas como desviaciones respecto a la media o estandarizadas; y sea: $Y_{1i} = \ell_{11}X_{i1} + \ell_{21}X_{i2} + \cdots + \ell_{p1}X_{ip}$ la primera componente principal. El subíndice i indica que corresponde a la medición para la i-ésima observación de las variables. Matricialmente, para las n observaciones tenemos:

$$\begin{bmatrix} Y_{11} \\ Y_{12} \\ \cdots \\ Y_{1n} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_{11} & X_{21} & \cdots & X_{p1} \\ X_{12} & X_{21} & \cdots & X_{p2} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ X_{1n} & X_{2n} & \cdots & X_{pn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ell_{11} \\ \ell_{21} \\ \cdots \\ \ell_{p1} \end{bmatrix}$$

En forma abreviada:

$$Y_1 = X\ell_1$$

La primera componente principal se obtiene de forma tal que su varianza sea máxima, sujeta a la restricción de que la suma de los pesos (ℓ_1) al cuadrado sea igual a uno.

La media de la primera componente es cero, y su varianza está dada por:

$$\text{VAR }(Y_1) = \frac{\sum_{i=1}^{n} Y_{1i}^2}{n} = \frac{1}{n}Y_1'Y_1 = \frac{1}{n}\ell_1'X'X\ell_1 = \ell_1'\left[\frac{1}{n}X'X\right]\ell_1$$

donde: $\ell_1'\left[\frac{1}{n}X'X\right]\ell$, es la matriz de varianza - covarianza muestral Σ (si las variables están expresadas en desviaciones respecto de la media) o la matriz de correlación R, si están estandarizadas. Utilizando Σ para no perder generalidad en la descripción de la metodología, la varianza a maximizar es:

$$\text{VAR }(Y_1) = \ell_1'\sum\ell_1$$

La restricción analítica está dada por:

$$\sum_{j=1}^{p}\ell_{1i}^2 = \ell_1'\ell_1 = 1$$

Incorporando la restricción se obtiene el Lagrangiano:

$$L = \ell_1'\sum\ell_1 - \lambda(\ell_1'\ell_1 - 1)$$

Derivando respecto a e igualando a cero:

$$\frac{\partial L}{\partial \ell_1} = 2\sum\ell_1 - 2\lambda\ell_1 = 0$$

es decir, $$\left(\sum - \lambda I\right)\ell_1 = 0$$

Resolviendo la ecuación $|\Sigma - \lambda I| = 0$ se obtienen p eigenvalores. Se toma el mayor, λ_1 y su eigenvector asociado. Luego el vector de ponderaciones que se aplica a las variables originales para obtener la primera componente principal es el asociado al del mayor eigenvalor de la matriz de varianza - covarianza.

2. Obtención de las restantes componentes

La segunda componente principal será aquella combinación lineal de variables originales de varianza máxima y ortogonal a Y_1. Sin embargo, para obtener tanto la segunda como las restantes componentes principales no es necesario retomar el problema de maximización desde el principio. Toda matriz de varianza – covarianza es simétrica y semidefinida positiva, por lo tanto, tiene p vectores propios ortogonales dos a dos y sus eigenvalores asociados son todos positivos o nulos. Los eigenvectores de la matriz de varianza – covarianza asociados a los eigenvalores escritos en forma decreciente son, por tanto, los factores principales. Éstos vectores permiten calcular las componentes principales a través de la expresión $Y = X\ell$. La varianza de cada componente principal está dada por los eigenvalores. Puesto que la varianza es una medida de la información, a continuación se verá la forma de determinar la de las componentes principales.

3. Cálculo de las varianzas de las componentes:

• Varianza de la componente h-ésima:

$$VAR(Y_h) = \ell'_h \sum \ell_h = \lambda_h$$

• Proporción de la componente h-ésima en la variabilidad total: Sea la variabilidad total de las variables la suma de las varianzas. Entonces la varianza total será igual a: *traza* $\sum = \sum \lambda$, luego la proporción de varianza total será:

$$\frac{\lambda_h}{traza \sum} = \frac{\lambda_h}{\sum_{h=1}^{p} \lambda_h}$$

En caso de que se esté trabajando con la matriz R, la fórmula anterior se reduce a:

$$\frac{\lambda_h}{p}$$

• Correlación entre las varianzas originales y componentes principales.

La correlación entre la variable X_j y la componente Y_h se define como:

$$r_{jh} = \frac{Cov(X_j Y_j)}{\sqrt{\text{var}(X_j)}\sqrt{\text{var}(Y_h)}} = \frac{\lambda_h \ell_{hj}}{\sqrt{\text{var}(X_j)}\sqrt{\lambda_h}}$$

Si las variables originales están estandarizadas:

$$r_{jh} = \frac{\lambda_h \ell_{hj}}{\sqrt{\text{var}(X_j)}\sqrt{\lambda_h}} = \ell_{hj}\sqrt{\lambda_h}$$

• Puntuaciones Factoriales con y sin estandarizar: Las puntuaciones Y_{hi} pueden obtenerse a partir de la relación:

$$Y_{hi} = \ell_{1h} X_{1i} + \ell_{2h} X_{2i} + \cdots + \ell_{ph} X_{pi}$$

para $h=1,2,\ldots,p$ $i=1,2,\ldots,n$

Dividiendo por su desviación estándar se obtiene la componente estandarizada:

$$\frac{Y_{hi}}{\sqrt{\lambda_h}} = \frac{\ell_{1h}}{\sqrt{\lambda_h}} X_{1i} + \frac{\ell_{2h}}{\sqrt{\lambda_h}} X_{2i} + \cdots + \frac{\ell_{ph}}{\sqrt{\lambda_h}} X_{pi}$$

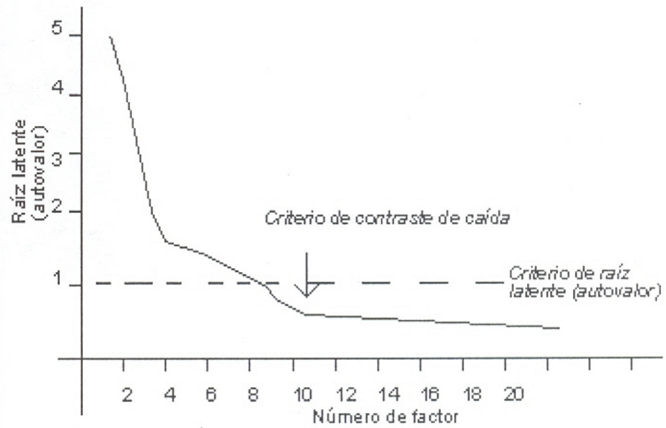
ó alternativamente, $Z_{hi} = c_{1h} X_{1i} + c_{2h} X_{2i} + \cdots + c_{ph} X_{pi}$,

donde: $Z_{hi} = \dfrac{Y_{hi}}{\sqrt{\lambda_h}}$ y $c_{ph} = \dfrac{\ell_{ph}}{\sqrt{\lambda_h}}$

Ahora el problema a resolver es cómo fijar *m* componentes principales *(m<p)*, que expliquen a las *p* variables observadas. En seguida se presentará el criterio utilizado en el presente trabajo para tomar la decisión.

4. Gráfico de sedimentación.
Este gráfico presenta en el eje de las ordenadas las eigenvalores y el de abscisas el número de componentes en orden decreciente:

FIGURA 1
SEDIMENTACION



Fuente: Elaboración propia.

La forma de la gráfica se asemeja al perfil de una colina con una pendiente fuerte hasta llegar a una meseta con una ligera inclinación (base de la colina). El criterio es retener todas aquellas componentes previas a la zona de sedimentación (antes de llegar a la meseta). Por otra parte, para que el análisis factorial tenga sentido deben cumplirse dos condiciones básicas:

1. Principio de Parsimonia: los fenómenos deben explicarse con el menor número de elementos posibles;
2. Principio de Interpretabilidad: ante un número pequeño de factores, éstos deben ser susceptibles de interpretación sustantiva.

Es decir, una buena solución factorial debe ser sencilla e interpretable.

Por lo que se refiere a la extracción de factores, dado un conjunto de observaciones $X_1, X_2, \ldots, X_n$ de p variables aleatorias correlacionadas, se mostrarán a continuación las técnicas para encontrar los factores comunes del conjunto de variables utilizadas en el estudio. Para el efecto, la resolución del problema pasa por lograr la descomposición de la matriz de varianza - covarianza del vector de variables X, Σ, de acuerdo a la estructura que presenta bajo el modelo factorial ortogonal. Usualmente, la matriz de varianza – covarianza (Σ) de la población es desconocida, por lo que se utiliza la matriz S estimador de Σ. Si los elementos fuera de la diagonal de S son muy pequeños o la matriz de correlación R, presenta ceros como elementos fuera de la diagonal, un análisis factorial tendrá poca significancia. A continuación se presenta el método utilizado en éste trabajo.

1) Método de Extracción de Factores

De acuerdo a la definición de componentes principales dada en la primera parte de este trabajo, las p componentes principales asociadas a un conjunto de p variables pueden escribirse de la siguiente manera:

$$\begin{aligned} Y_1 &= \ell_{11}X_1 + \ell_{21}X_2 + \cdots + \ell_{p1}X_p \\ Y_2 &= \ell_{12}X_1 + \ell_{22}X_2 + \cdots + \ell_{p2}X_p \\ &\cdots \\ Y_p &= \ell_{1p}X_1 + \ell_{2p}X_2 + \cdots + \ell_{pp}X_p \end{aligned}$$

El conjunto anterior de ecuaciones es reversible pudiéndose demostrar que las variables X_j pueden expresarse en términos de sus componentes principales. Entonces se tiene:

$$\begin{aligned} X_1 &= \ell_{11}Y_1 + \ell_{12}Y_2 + \cdots + \ell_{1p}Y_p \\ X_2 &= \ell_{12}Y_1 + \ell_{22}Y_2 + \cdots + \ell_{2p}Y_p \\ &\cdots \\ X_p &= \ell_{p1}Y_1 + \ell_{p2}Y_2 + \cdots + \ell_{pp}Y_p \end{aligned}$$

Nótese que las componentes principales corresponderían, en el modelo que se plantea, a los factores no observables; y los coeficientes de la ecuación son los mismos del modelo de componentes principales. Es decir son eigenvectores asociados a las eigenvalores de la matriz de varianza – covarianza Σ. Luego, de la descomposición espectral de Σ, y suponiendo $\psi = 0$, la estructura de Σ, en función del modelo sería:

$$\Sigma = L\,L' + 0 = LL'$$

De esta expresión se obtiene un modelo de análisis factorial exacto, con p factores para las p variables. Pero éste no es el objetivo, la idea es reducir el número de factores a unos que puedan explicar en forma simple y eficiente el comportamiento de las variables originales de la economía mexicana. Un posible resultado es considerar que los $p - m$ eigenvalores son pequeños. Entonces la contribución de:

$$\lambda_{m+1}e_{m+1}e'_{m+1} + \lambda_{m+2}e_{m+2}e'_{m+2} + \cdots + \lambda_p e_p e'_p$$

para la especificación de Σ será pequeña y se expresa en términos de los primeros m eigenvalores, obteniéndose la siguiente estimación:

$$\Sigma = \left[\sqrt{\lambda_1}e_1 \quad \sqrt{\lambda_2}e_2 \quad \cdots \quad \sqrt{\lambda_m}e_m\right] \begin{bmatrix} \sqrt{\lambda_1}e_1 \\ \sqrt{\lambda_2}e_2 \\ \cdots \\ \sqrt{\lambda_m}e_m \end{bmatrix} = LL'$$

Lo anterior supone que la contribución de los factores específicos es pequeña. Pero si se desea incluirla, ésta puede expresarse como los elementos de la diagonal de Σ-LL'. Finalmente la aproximación será:

$$\Sigma = LL' + \Psi$$

$$= \left[\sqrt{\lambda_1}e_1 \quad \sqrt{\lambda_2}e_2 \quad \cdots \quad \sqrt{\lambda_m}e_m\right] \begin{bmatrix} \sqrt{\lambda_1}e_1 \\ \sqrt{\lambda_2}e_2 \\ \cdots \\ \sqrt{\lambda_m}e_m \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \Psi_1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \Psi_2 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & \Psi_p \end{bmatrix}$$

donde: $\Psi_i = \sigma_{ii} - \sum_{j=1}^{m} \ell_{ij}^2$, para i =1,2,...,p

2) Selección del número de factores

La selección se realiza con base en los eigenvalores de la matriz S, de la misma forma que se utilizan para seleccionar las componentes principales. De acuerdo a este criterio, la contribución de los primeros m factores a la varianza total de las variables debe ser grande. La contribución a la varianza s_{ii} del primer factor común es $\bar{\ell}_{i1}^2$. La contribución a la varianza total $s_{11}+s_{22}+s_{33}\cdots + s_{pp} = tr(S)$, de los primeros factores comunes es entonces:

$$\bar{\ell}_{11}^2 + \bar{\ell}_{11}^2 + \cdots + \bar{\ell}_{11}^2 = \left(\bar{\lambda}_1 \bar{e}_1\right)\left(\sqrt{\bar{\lambda}_i}\, e_1\right) = \bar{\lambda}_1$$

Luego la proporción de varianza debido al j-ésimo factor es.

$$\left\{ \begin{array}{l} \dfrac{\bar{\lambda}_j}{S_{11} + S_{22} + \cdots + S_{pp}} \quad para\ análisis\ de\ S \\ \dfrac{\bar{\lambda}_j}{p} \quad para\ análisis\ de\ R \end{array} \right\}$$

Usualmente el número de factores retenido en el modelo es aquel en que la varianza explicada acumulada de los factores explique en un porcentaje razonable la varianza total. Una vez encontrado esto, es necesario rotar los factores. El objetivo de rotar la matriz de factores es redistribuir la varianza de los primeros a los últimos factores para lograr un patrón de factores más simple y teóricamente más significativa.

Con la finalidad de comprobar la pertinencia del modelo por análisis factorial, se aplicaron las siguientes pruebas: Contraste de esfericidad de Bartlett, medidas de adecuación muestral al modelo factorial (KMO) y Medida de la bondad del ajuste.

Para concluir ésta sección, se consignan las variables utilizadas para el análisis factorial en las tablas 1, 2, 3, 4, 5 y 6.

TABLA 1
INDICADORES ECONÓMICOS

PIB	Producto Interno Bruto Nacional a Precios de 1993
PIBA	PIB, Gran División 1: Agropecuaria, Silvicultura y Pesca
PIMMIN	PIB, Division 2: Mineria
PIBI	PIB, Gran División 3: Industria Manufacturera
PIBC	PIB, Gran División 4: Construcción
PIBEGH	PIB, Gran División 5: Electricidad, Gas y Agua
PIBCRH	PIB, Gran División 6: Comercio, Restaurantes y Hoteles
PIBTAC	PIB, Gran División 7: Transporte, Almacenaje y Comunicaciones
PIBSFS	PIB, Gran División 8: Servicios Financieros, Seguros,
PIBSCS	PIB, Gran División 9: Servicios Comunales, Sociales y Personales
PIBSBI	PIB, Gran División Servicios Bancarios Imputados
IED	Inversión Extranjera Directa en Miles de Dólares

TABLA 2
INDICADORES SOBRE CONDICIONES DE TRABAJO

PNY	Porcentaje de la Población que No Recibe Ingreso
POSI	Porcentaje del Personal Ocupado en el Sector Industrial
PEA	Población Económicamente Activa
YPMP	Ingreso Promedio Mensual por Persona

TABLA 3
INDICADORES SOBRE SALUD

DGH	Defunción General por Cada 100, 000 Habitantes
DIH	Defunción Infantil por Cada 100, 000 Nacidos Vivos
NA	Nacimientos por Entidad Federativa
EV	Esperanza de Vida al Nacer por Entidad Federativo y Sexo
SDASM	Sin Derecho a Servicio Medico

TABLA 4
INDICADORES SOBRE EDUCACIÓN, ESPARCIMIENTO Y CONDICIONES EN EL HOGAR

EPP	Con Educación Posprimaria
VP	Viviendas Propias Por Entidad Federativa
LVC	Localidades Promedio Vendidas por Función de Cine
VND	Porcentaje de Viviendas que No Tiene Drenaje
POV	Promedio de Ocupantes por Vivienda
SIP	Sin Instrucción Primaria
D%H	Distribución Porcentual de los Hogares por Entidad Federativa

TABLA 5
INDICADORES SOBRE GASTO GUBERNAMENTAL Y DEMOGRÁFICO

PPH	Presupuesto Promedio por Habitante
EPF	Porcentaje de Emigrantes por Entidad Federativa
LDNCT	Lugar de Nacimiento
EMGTI	Emigración Internacional
SUBSD	Subsidio Gubernamental a los Hogares por Entidad

TABLA 6
INDICADORES AMBIENTALES

SFB	Porcentaje de Superficie Forestal de Bosques
SFS	Porcentaje de Superficie Forestal de Selvas

RESULTADOS

Con la finalidad de homogeneizar las variables, se procedió a estandarizarlas. La estandarización permite establecer la comparación con una base homogénea. La siguiente expresión fue utilizada para éste proceso:

$$Z_{ij} = \frac{X_{ij} - \bar{X}}{S_j}$$

Donde:
Z_{ij} = nuevo indicador
X_{ij} =observación original de la variable *j*
$\bar{X}$= media de la variable *j*
S_j = desviación estándar de la variable *j*

Una vez realizada la estandarización se encontraron los siguientes resultados:

1. Matriz de Correlaciones

La matriz de correlaciones muestra una correlación muy alta en la gran mayoría de las variables y, en algunos casos, inversas. Sin embargo, hay que tomar con mucha precaución estas relaciones dada la gran desviación que existe al interior de las variables. Por otra parte, dado que el determinante de la matriz es muy pequeño se procede a reducir las variables que muestran correlaciones bastante bajas, con lo que mejora considerablemente el análisis. El test de esfericidad de Bartlett muestra un valor Chi-cuadrada de 1384.113 con un grado de significación de 0.000 adecuado. El valor de KMO es de 0.724, considerado como grado de aceptación mediano:

TABLA 7
KMO Y PRUEBA DE BARTLETT

PRUEBA		VALOR
Medida de adecuación muestral de Kaiser-Meyer-Olkin		**0.724**
Prueba de esfericidad de Bartlett	**Chi cuadrado aproximado**	**1384.113**
	Grados de libertad	**210**
	Sig	**0.000**

FUENTE: Cálculos propios

Por otra parte, la matriz anti-imagen mostró valores relativamente adecuados. Finalmente, los resultados presentados por las diferentes pruebas, aconsejan continuar con el análisis factorial, por lo que se procede a aplicar el método de componentes principales.

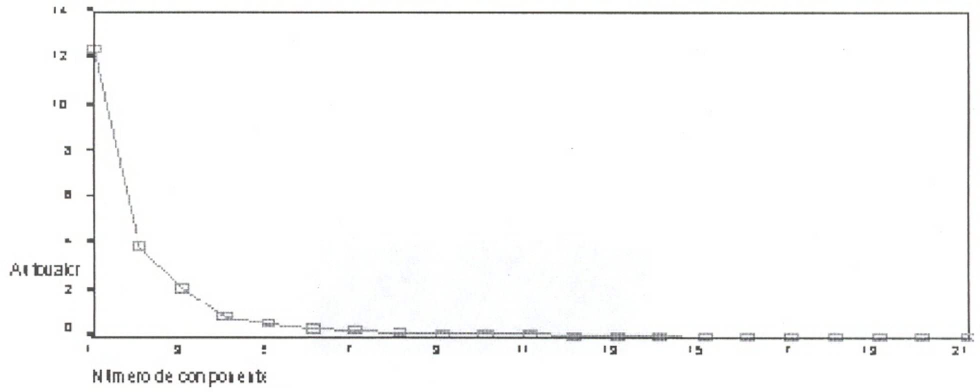
La matriz de la varianza total muestra que tres componentes explican el 87.091 % (ver tabla 8). El primer y segundo componente explican el 59.061 % y el 18.017 % respectivamente.

TABLA 8
VARIANZA EXPLICADA POR LOS COMPONENTES

Total		Eigenvalores iniciales		Sumas de las saturaciones al cuadrado de la extracción			Sumas de las saturaciones al cuadrado de la saturación		
Componentes		% de la varianza	% acumulado	Total	% de la varianza	% acumulado	Total	% de la varianza	% acumulado
1	12.403	59.601	59.061	12.403	59.061	59.061	9.168	43.656	43.656
2	3.783	18.017	77.078	3.733	18.017	77.078	5.085	24.213	67.869
3	2.103	10.014	87.091	2.103	10.014	87.091	4.037	19.222	87.091
4	0.801	3.815	90.006						
5	.585	2.735	93.691						
6	.385	1.832	95.523						
7	.235	1.118	96.641						
8	.201	0.957	97.598						
9	.140	0.030	90.294						
10	.00968	0.475	98.768						
11	.00979	0.428	99.196						
12	0.00377	0.304	99.5						
13	0.00833	0.133	99.682						
14	0.00944	0.14	99.022						
15	0.00278	0.00035	99.883						
16	0.00078	0.00134	99.935						
17	0.00061	0.00575	99.98						
18	0.0007	0.00236	99.993						
19	5E-06	0.00737	99.998						
20	8.3E-05	0.00254	99.999						
21	5.1E-05	1.9E-05	100						

Método de extracción: Análisis de Componentes Principales

FIGURA 1
SEDIMENTACION



FUENTE: Elaboración propia.

El gráfico de sedimentación, muestra, en sentido estricto, dos componentes (ver Gráfica 2). El cálculo de las correlaciones reproducidas indica, por ejemplo, que la IED (inversión extranjera directa) es explicada por los tres componentes en un 89.1 %(ver Cuadro 3). Finalmente, en el Cuadro No. 4 se presenta la matriz de componentes rotados. De ésta se pueden integrar los siguientes factores reducidos (las otras variables están relacionadas con los tres factores):

Factor 1: (indicador macroeconómico)
PT, DGH, POSI, PIBI, SUBSD, PIBC, PIBCRH, PIBTA, PIBSBI, SFB e IED.

Factor 2: (indicador de bienestar y salud)
SDASM, EPP, YPMP, SIP, PPH e IED.

Factor 3: (indicador de migración y diversión)
EMGTI, EPF, LVC e IED.

CONCLUSIONES

De acuerdo a los resultados obtenidos en el proceso, se observa que los 35 indicadores originales pueden reducirse a 3 factores significativos, tanto para posteriores análisis como para efectos de predicción del comportamiento de la economía mexicana.

REFERENCIAS

Hair, J. F., Anderson, R.E., Tatham, R.L., Black, W.C., *Análisis Multivariante*, 5ª. Edición, Madrid, Prentice-Hall Iberia; 1999.

Jonson, D. E., *Métodos multivariados aplicados al análisis de datos,* México, International Thomson Editores;2000.

Johnson, R.A., Wichern, D.W., *Applied Multivariante Statistics Analysis,* Englewood Cliffs, Prentice Hall; 1982.

Lévy, J.P., Varela, M.J., *Análisis Multivariable para las Ciencias Sociales*, Madrid, Pearson - Prentice Hall; 2003.

Peña, D., *Análisis de datos multivariantes,* Madrid, McGraw-Hill/Interamericana de España; 2002.

TABLA 9
MATRIZ DE CORRELACIONES

Indicadores	Componente		
	1	2	3
PIBTAC	0.987		
PIBSFS	0.983		
PIBCRH	0.982		
PIBSCS	0.97		
PIBC	0.959		
PIBI	0.934		-0.294
PIBSBI	-0.932		-0.262
POSI	0.901		-0.37
IED	0.891		
DGH	0.855	0.346	
SUBSD	0.846	0.306	-0.252
PT	0.692	0.442	-0.508
PPH	0.641	-0.6	0.317
SFB	0.535	0.493	
LVC	0.529		0.358
SDASM	-0.332	0.881	
SIP	-0.408	0.782	
EPP	0.55	-0.768	
VPMP	0.56	-0.745	
EMGTI	0.542		0.754
EPF	0.446	0.332	0.723

Método de extracción: Análisis de Componentes principales
a= 3 componentes extraídos

TABLA 10
MATRIZ DE COMPONENTES ROTADOS

Indicadores	Componente		
	1	2	3
PT	0.954		
DGH	0.927		
POSI	0.923	0.312	
PIBI	0.919	0.31	
SUBSD	0.914		
PIBC	0.878		0.378
PIBCRH	0.845	0.336	0.378
PIBTAC	0.837	0.337	0.405
PIBSFS	0.830	0.284	0.456
PIBSCS	0.752	0.314	0.548
PIBSBI	-0.642	-0.349	-0.634
SFB	0.606		0.320
IED	0.581	0.478	0.541
SDASM		-0.942	
EPP		0.929	
VPMP	0.258	0.91	
SIP		-0.88	
PPH		0.789	0.470
EMGTI			0.912
EPF			0.884
LVC	0.343		0.575

Método de extracción: Análisis de Componentes Principales
Método de rotación: Normalización Varimax con Kaiser
a= La rotación ha convergido en 5 iteraciones